1. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x^2 - 2 \ , \text{ se } x \ > \ -1 \\ x - 3 \qquad\qquad , \text{ se } x \leq -1 \end{cases}$$

Se $L = \lim\limits_{n \to +\infty} f(a_n)$, com $a_n = -1 + \dfrac{1}{n}$, é correto afirmar que

(a) $L = -4$

(b) $L = -1$

(c) $L = -5$

(d) $L = -3$

(e) $L = -2$

2. Considere as seguintes afirmativas sobre números reais:

(I) Se $2x - 1 < 1$ e $x + 1 > 0$, então $x < 0$.

(II) Se $x^2 - 1 < 0$ ou $2x \geq 1$, então $x \geq 0$.

(III) Se $x^2 - 1 < 0$ e $2x \geq 1$, então $x \geq 0$.

Assinale a alternativa correta.

(a) Somente (I) é verdadeira.

(b) Somente (III) é verdadeira.

(c) (I) e (II) são verdadeiras.

(d) (II) e (III) são verdadeiras.

(e) (II) e (III) são falsas.

3. Assinale a proposição verdadeira.

   (a) Para todo número real positivo x, tem-se $x \geq \sqrt{x}$.

   b) Para todo número real x, tem-se $|x-2| > 0$.

   (c) Para todo número real não nulo e positivo, tem-se $x + \dfrac{1}{x} \geq 2$.

   (d) Para cada número real x, existe um número real y tal que $xy = 1$.

   (e) Para todo número real x, tem-se $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = x - 1$.

4. A função de Ackermann é uma função de $\mathbb{N}^2$ em $\mathbb{N}$ que cresce muito rapidamente. Ela é dada por

   $A(0, y) = 1$, para todo y

   $A(1, 0) = 2$

   $A(x, 0) = x + 2$ para $x \geq 2$

   $A(x+1, y+1) = A(A(x, y+1), y)$, para todos x, y

   Calcule o valor de $A(2, 2)$.

   (a) 8

   (b) 7

   (c) 4

   (d) 1

   (e) 3

5. Quantas funções sobrejetoras existem de um conjunto A com 6 elementos sobre um conjunto B com 3 elementos?

   (a) 729

   (b) 537

   (c) 540

   (d) 183

   (e) 216

6. Um relação binária ρ, em um conjunto A, é denominada reflexiva se $(a, a) \in \rho$ para todo elemento $a \in A$. Quantas relações reflexivas existem em um conjunto A com 5 elementos?

   (a) 2^{20}

   (b) 2^{10}

   (c) 25

   (d) 2^{25}

   (e) 20

7. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função derivável tal que $f(-1) = 2, f(2) = 1, f^{'}(-1) = 0$ e $f^{'}(2) = 0$. Além disso, $f^{'}(x) > 0$ para todo $x \in (-\infty, -1) \cup (1, 2)$ e $f^{'}(x) < 0$ para todo $x \in (-1, 1) \cup (2, +\infty)$. Podemos afirmar que

   (a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

   (b) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

   (c) $x = 2$ é ponto de máximo global de f.

   (d) $x = -1$ é ponto de máximo global de f.

   (e) f não tem ponto de máximo global.

8. É correto afirmar que a equação $x^7 + x^5 + x^3 + 1 = 0$ tem

   (a) 7 raízes reais.

   (b) 5 raízes reais.

   (c) 3 raízes reais.

   (d) exatamente uma raiz real.

   (e) somente raízes complexas imaginárias.

9. A equação da esfera que tem centro $C = (-2, 3, 5)$ e é tangente ao plano xy é

   (a) $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 10z + 13 = 0$

   (b) $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 10z + 13 = 0$

   (c) $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 10z - 13 = 0$

   (d) $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 10z - 13 = 0$

   (e) $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 10z + 25 = 0$

10. A seqüência de Fibonacci (F_n) é definida recursivamente por

$$\begin{cases} F_1 = 1 \\ F_2 = 1 \\ F_{n+1} = F_n + F_{n-1}, \quad \text{para } n \geq 2. \end{cases}$$

Se $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{F_{n+1}}{F_n} = L$, podemos afirmar que

(a) $L = 1$

(b) $L = \dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$

(c) $L = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

(d) $L = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

(e) $L = 1 + \sqrt{5}$

11. É correto afirmar que :

(a) Se $\int_1^3 f(x)dx < 0$, então $f(x) \leq 0$ para todo $x \in [1,3]$.

(b) Se $\int_0^1 f(x)dx = 0$, então $f(x) = 0$ para todo $x \in [0,1]$.

(c) Se $\int_0^1 f(x)dx \leq \int_0^1 g(x)dx$, então $f(x) \leq g(x)$ para todo $x \in [0,1]$.

(d) Se $\int_0^1 f(x)dx = 0$, então $\int_0^1 |f(x)|dx = 0$.

(e) $\int_0^2 \cos x\, dx = \int_{-2}^0 \cos x\, dx$.

12. A área da região, no primeiro quadrante, delimitada pelas curvas $y = \dfrac{2}{x}$, $y = \dfrac{x}{2}$ e $y = x$ é igual a

(a) $2\ln 2$

(b) $\ln 2$

(c) $\ln\sqrt{2}$

(d) $2\ln\sqrt{2}$

(e) $2\ln\sqrt{2} - 1$

13. Seja $F(x) = \int \ln x dx$ e tal que $F(1) = 0$. É correto afirmar que

(a) $F(x) = \dfrac{1}{x} - 1$

(b) $F(x) = \ln x$

(c) $F(x) = x \ln x$

(d) $F(x) = x \ln x - x + 1$

(e) $F(x) = x \ln x - x - 1$

14. O resto da divisão de $6^{81} - 5^{64}$ por 7 é igual a

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

(e) 4

15. Sejam $f : S \to T$ uma função, $A, B \subset S$ e $U, V \subset T$. É correto afirmar que

(a) $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$

(b) $f^{-1}(U \cap V) = f^{-1}(U) \cap f^{-1}(V)$

(c) $f^{-1}(f(A)) = A$

(d) $f(A \setminus B) = f(A) \setminus f(B)$

(e) $f(f^{-1}(U)) = U$

16. Assinale a forma correta da negação da seguinte frase:
"Algumas pessoas gostam de matemática ."

(a) Algumas pessoas não gostam de matemática.

(b) Todas as pessoas não gostam de matemática.

(c) Existe uma pessoa que gosta de matemática.

(d) Existe uma pessoa que não gosta de matemática.

(e) Todas as pessoas gostam de matemática.

17. Assinale o argumento válido, onde S_1 e S_2 indicam premissas e C a conclusão.

(a) S_1: Se a comida é boa, então o serviço é bom.

S_2: A comida não é boa.

C: O serviço não é bom.

(b) S_1: Se a comida é boa, então o serviço é bom.

S_2: O serviço não é bom.

C: A comida é boa.

(c) S_1: Se a comida é boa, então o serviço é bom.

S_2: O serviço não é bom.

C: A comida não é boa.

(d) S_1: Se a comida é boa, então o serviço é bom.

S_2: A comida é boa.

C: O serviço não é bom.

(e) S_1: Se a comida é boa, então o serviço é bom.

S_2: A comida não é boa.

C: O serviço é bom.

18. O sistema

$$\begin{cases} x + 2y - z = 4 \\ 3x - y + 5z = 2 \\ 4x + y + (a^2 - 14)z = a + 2 \end{cases}$$

tem uma única solução (x, y, z). Então

(a) $a = -4$

(b) $a = 4$

(c) $a \neq 4$ e $a \neq -4$

(d) $a = 4$ ou $a = -4$

(e) $a = -1$

19. Seja A uma matriz quadrada tal que $A^2 - A + I = 0$, onde I é a matriz identidade. É correto afirmar que:

   (a) a matriz inversa de A é I.

   (b) a matriz inversa de A é $A - I$.

   (c) a matriz inversa de A é $A - A^2$.

   (d) a matriz inversa de A é $I - A$.

   (e) a matriz A não possui matriz inversa.

20. A área do triângulo ABC de vértices $A = (2, 2, 0)$, $B = (-1, 0, 2)$ e $C = (0, 4, 3)$ é igual a

   (a) 15

   (b) $\frac{2}{15}$

   (c) $\frac{1}{15}$

   (d) 30

   (e) $\frac{15}{2}$