Nome:____

Assinatura:____________________________**RG:**____________

Prova de Matemática

1. Pode-se afirmar que o gráfico da função $y = 2 + \dfrac{1}{x-1}$ é o gráfico da função $y = \dfrac{1}{x}$

   (a) transladado uma unidade para a direita e duas unidades para cima;

   (b) transladado uma unidade para a direita e duas unidades para baixo;

   (c) transladado uma unidade para a esquerda e duas unidades para cima;

   (d) transladado uma unidade para a esquerda e duas unidades para baixo;

   (e) nenhuma das anteriores.

2. A derivada da função $f(x) = x^x$ é igual a

   (a) xx^{x-1}

   (b) x^x

   (c) $x^x ln(x)$

   (d) $x^x(ln(x) + 1)$

   (e) $x^x(ln(x) + x)$

3. Seja n um número inteiro positivo. Considere a função f definida recursivamente por

$$f(n) = \begin{cases} 0 & \text{se } n = 1 \\ f(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor) + 1 & \text{se } n > 1 \end{cases}$$

   onde $\lfloor k \rfloor$ é o maior inteiro menor ou igual a k. O valor de $f(25)$ é igual a

   (a) 5 (b) 4 (c) 6 (d) 3 (e) 2

4. Para cada $n \in \mathbb{N}$ seja $D_n = (0, 1/n)$, onde $(0, 1/n)$ representa o intervalo aberto de extremos 0 e $1/n$. O conjunto diferença $D_3 - D_{20}$ é igual a:

   (a) D_3

   (b) D_{20}

   (c) $(1/20, 1/3)$

   (d) $[1/20, 1/3)$

   (e) $D_{20} \cup D_3$

5. Todos os convidados presentes num jantar tomam chá ou café. Treze convidados bebem café, dez bebem chá e 4 bebem chá e café. Quantas pessoas tem nesse jantar.

   (a) 19 (b) 27 (c) 23 (d) 15 (e) 10

6. A seqüência x_n é definida recursivamente por

$$\begin{cases} x_0 & = a/2 \\ x_{n+1} & = (x_n + a/x_n)/2 \quad \text{para } n \geq 0 \end{cases}$$

   onde a é um número real maior do que 1. Se $\lim_{n \to \infty} x_n = L$ podemos afirmar que

   (a) $L = 1$
   (b) $L = 1/a$
   (c) $L = a$
   (d) $L = 1/2a$
   (e) $L = \sqrt{a}$

7. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivável. Se existem $a, b \in \mathbb{R}$ tal que $f(a)f(b) < 0$ e $f'(x) \neq 0$ para todo $x \in (a, b)$, podemos afirmar que no intervalo (a, b) a equação $f(x) = 0$ tem

   (a) duas raízes reais
   (b) nenhuma raíz real
   (c) uma única raiz real
   (d) uma raiz imaginária
   (e) somente raízes imaginárias

8. Seja $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ contínua e $f(x) = g(x) - x$. Definimos a seqüência (x_n) da seguinte maneira

$$\begin{cases} x_0 & = 1 \\ x_n & = g(x_{n-1}) \quad \text{para } n \geq 1 \end{cases}$$

   Se $\lim_{n \to \infty} x_n = L$ podemos afirmar que

   (a) L é uma raíz de $f(x) = 0$
   (b) L é uma raíz de $g(x) = 0$
   (c) $g(L) = 1$
   (d) $f(L) = L$
   (e) nenhuma das anteriores

9. Assinale a proposição verdadeira

   (a) Se x é um número real tal que $x^2 \leq 4$ então $x \leq 2$ e $x \leq -2$

   (b) Se x e y são números reais tais que $x < y$ então $x^2 < y^2$

   (c) Se $x + y$ é um número racional então x e y são números racionais

   (d) Se $x < -4$ ou $x > 1$ então $\dfrac{2x+3}{x-1} > 1$

   (e) nenhuma das anteriores

10. Assinale o argumento válido, onde S_1, S_2 indicam premissas e S a conclusão:

    (a) S_1: Se o cavalo estiver cansado então ele perderá a corrida
    S_2: O cavalo estava descansado
    S: O cavalo ganhou a corrida

    (b) S_1: Se o cavalo estiver cansado então ele perderá a corrida
    S_2: O cavalo ganhou a corrida
    S: O cavalo estava descansado

    (c) S_1: Se o cavalo estiver cansado então ele perderá a corrida
    S_2: O cavalo perdeu a corrida
    S: O cavalo estava cansado

    (d) S_1: Se o cavalo estiver cansado então ele perderá a corrida
    S_2: O cavalo estava descansado
    S: O cavalo perdeu a corrida

    (e) nenhuma das anteriores

11. Uma prova de vestibular foi elaborada com 25 questões de múltipla escolha com 5 alternativas. O número de candidatos presentes à prova foi 63127. Considere a afirmação: Pelo menos 2 candidatos responderam de modo idêntico as k primeiras questões da prova. Qual é o maior valor de k para o qual podemos garantir que a afirmação é verdadeira.

    (a) 10

    (b) 9

    (c) 8

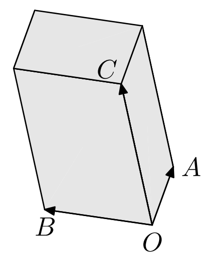
    (d) 7

    (e) 6

12. Dado um vetor $u \in R^2$, $u = (-3, 4)$, vamos denotar por v o vetor de R^2 que tem tamanho 1 e é ortogonal à u. Então v pode ser dado por

    (a) $(-4/5, 3/5)$
    (b) $(3/5, 4/5)$
    (c) $(-4/5, -3/5)$
    (d) $(-4/5, 1/5)$
    (e) $(-4/5, 2/5)$

13.



Se $O = (0, 0, 0)$; $A = (2, 4, 1)$; $B = (3, 1, 1)$ e $C = (1, 3, 5)$ então o volume do sólido acima é

    (a) 30
    (b) 35
    (c) 35/2
    (d) 44
    (e) 21

14. A velocidade de um ponto em movimento é dada pela equação

$$v(t) = te^{-0.01t} m/s$$

O espaço percorrido desde o instante que o ponto começou a se mover até a sua parada total é

    (a) $10^4 m$
    (b) $10^3 e^{-0.01} m$
    (c) $10^2 e^{-1} m$
    (d) $(e^{-100} - 1) m$
    (e) $10^2 m$

15. Se $\lim_{n\to\infty}(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\cdots+\frac{n-1}{n^2}) = L$ então

    (a) $L = 1$

    (b) $L = 0$

    (c) $L = 1/2$

    (d) $L = \infty$

    (e) $L = 2$

16. O número de *strings binárias* de comprimento 7 e contendo um par de zeros consecutivos é

    (a) 91

    (b) 92

    (c) 94

    (d) 95

    (e) 90

17. A média aritmética de uma lista de 50 números é 50. Se dois desses números, 51 e 97, forem suprimidos dessa lista a média dos restantes será

    (a) 50

    (b) 49

    (c) 51

    (d) 47

    (e) 40

18. O determinante da matriz dada abaixo é

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 9 & -1 & 1 \\ 2 & 8 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

    (a) 96

    (b) -96

    (c) 86

    (d) -86

    (e) 46

19. Numa prova de múltipla escolha com 10 questões e 4 alternativas qual a chance (probabilidade) de um aluno apenas "chutando as respostas" conseguir "gabaritar" a provar (acertar todas as questões).

    (a) $1/10^4$
    (b) $1/4^{20}$
    (c) $1/2^{20}$
    (d) $1/10^8$
    (e) $1/4^{15}$

20. Três atletas A, B e C competiram, ao pares, numa corrida de d metros. Considerando que cada atleta teve o mesmo desempenho (ou seja, a mesma velocidade) ao competir com adversários distintos, e sabendo-se que

    - A venceu B chegando 20 metros à frente
    - B venceu C chegando 10 metros à frente
    - A venceu C chegando 28 metros à frente,

    podemos afirmar que a corrida tem

    (a) 50 metros
    (b) 200 metros
    (c) 100 metros
    (d) 150 metros
    (e) 110 metros